Tentamen Kansrekening

27-08-2009, (geen boek).

1. Bij bridge krijgt iedere speler 13 kaarten. Wat is de kans dat een van de vier spelers drie azen bezit?

2. a) Twee vijanden houden een duel. De beste schutter, Bob, heeft kans b om een tegenstander te treffen, de andere schutter, Chris, raakt zijn tegenstander met kans c. Het duel gaat door totdat een van beide tegenstanders geraakt is. Als Chris als slechtste schutter mag beginnen, wat is dan de kans dat hij het duel wint?

   b) Nu komt er een derde schutter, Alice, die altijd raak schiet. Het drievoudig duel gaat nu volgens de regels dat iedereen die nog niet geraakt is om de beurt schiet, te beginnen met Chris, dan Bob dan Alice, en zo voort, tot er slechts een overlevende is.

   b1) Als Alice aan de beurt is, en beide anderen zijn nog in leven, wat is dan haar beste keus? Wat is dan haar overlevingskans?

   b2) Als Bob aan de beurt is, terwijl beide anderen nog leven, wat is dan zijn beste keus? Wat is dan zijn overlevingskans?

   b3) Als Chris aan de beurt is terwijl beide anderen nog leven, waarom moet hij nooit op Bob richten? Laat zien dat voor zekere keuze van b en c de overlevingskans van Chris het grootste is als hij mis schiet.

3. Ik heb drie vazen, een met 6 blauwe ballen en 2 groene ballen, een met 6 groene ballen en 2 blauwe ballen, en een met alleen groene ballen. Ik kies een vaas met kans $\frac{1}{3}$, en trek vier keer een bal uit die vaas, met terugleggen.

   a)Wat is de kans dat ik k groene ballen trek, voor $k = 0, 1, 2, 3, 4$?

   b) Gegeven dat ik 3 groene ballen trok, wat is de voorwaardelijke kans dat ze uit vaas 1 resp. vaas 2 resp. vaas 3 kwamen?

4. a) Geef een voorbeeld van stochastische variabelen f, g, h waarvoor f, g onafhankelijk zijn, f, h onafhankelijk zijn, g, h onafhankelijk zijn, maar niet f, g, h onafhankelijk zijn.

   b) Geef een voorbeeld van twee verschillende simultane verdelingen $P^1_{(X,Y)}, P^2_{(X,Y)}$, zodat X en Y niet onafhankelijk zijn, die dezelfde marginale verdelingen zowel op op X als op Y hebben

   c) Een kaartspel bevat nog 6 kaarten waarvan 3 schoppen. Zij X_i de karakteristieke functie van de gebeurtenis dat de i-de getrokken kaart een schoppen is. Bepaal de covariantie $Cov(X_1, X_2)$ met en zonder terugleggen

202

5. Beschouw een Laplace-verdeling op de getallen $\frac{k}{n}$, $k = 1....n$. Als n naar oneindig gaat, toon aan dat de Laplaceverdelingen naar een continue limietverdeling (welke?) convergeren. Laat zien dat de convergentie niet in totale variatie kan plaatsvinden.